MA33A - Cálculo Numérico
Control 3 - Primavera/2000

Profs. Raúl GORMAZ
Jorge A. SAN MARTÍN H.
Fecha: Jueves 26 de Octubre de 2000.

Problema 1. Para calcular numéricamente la integral $I(f) = \int_0^1 f(x)dx$, se propone la siguiente fórmula de cuadratura:

$$I^*(f) = \tfrac{1}{8}f(0) + \tfrac{3}{8}f(\tfrac{1}{3}) + \tfrac{3}{8}f(\tfrac{2}{3}) + \tfrac{1}{8}f(1)$$

a.- Calcule su precisión.

b.- Suponiendo que el error, es de la forma

$$I(f) - I^*(f) = K \cdot f^{(n)}(\xi),$$

determine los valores de K y n.

Problema 2. Notemos x a la solución del sistema $Ax = b$ y $\hat{x}$ a la solución del sistema perturbado $A\hat{x} = b + \delta b$.

a.- Pruebe la desigualdad $\frac{||x-\hat{x}||}{||x||} \leq \kappa(A)\frac{||\delta b||}{||b||}$. (Recuerde que $\kappa(A) = ||A|| \cdot ||A^{-1}||$).

b.- Pruebe la desigualdad $\frac{||\delta b||}{\kappa(A)\cdot||b||} \leq \frac{||x-\hat{x}||}{||x||}$.

Problema 3. Considere una matriz invertible $A \in M_n(\mathbb{R})$ que posee la propiedad $a_{ij} = 0$ para $j < i-1$, es decir, A es nula bajo su segunda diagonal. Se sabe que esta matriz es factorizable como $A = LDU$ donde L es triangular inferior con unos en la diagonal, D es diagonal y U es triangular superior con unos en la diagonal. Suponiendo que L tiene también la propiedad, $l_{ij} = 0$ para $j < i-1$, (es decir, es bi-diagonal), se pide:

a.- Usando la factorización mencionada (y sus propiedades) indique como calcular la solución de $Ax = b$, detallando los algoritmos que requiera. Estudie el número de operaciones requeridas, contando separadamente, sumas-restas por un lado, y productos-divisiones, por otro lado.

b.- A partir de la expresión que resulta para $(LDU)_{ij}$, deduzca el algoritmo de cálculo de L, D y U. Cuente el número de operaciones.

Tiempo: **2h30**